PROBLEMAS

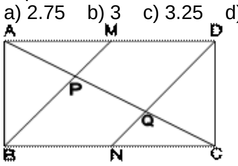
Problema 1 Un pastel se corta quitando cada vez la tercera parte del pastel que hay en el momento de cortar. ¿Qué fracción del pastel original quedó después de cortar tres veces?
a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{8}{9}$ e) $\frac{8}{27}$

Solución 1. En cada corte quedan $\frac{2}{3}$ de lo que había antes de cortar, así que la respuesta es $\frac{2}{3}x\frac{2}{3}x\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$.
La respuesta es (e).

Problema 2 Un costal estállenlo de canicas de 20 colores distintos. Al azar se van sacando canicas del costal. ¡Cuál es el mínimo número de canicas que deben sacarse para poder garantizar que en la colección tomada habrá al menos 100 canicas del mismo color?
a) 1960 b) 1977 c) 1981 d) 1995 e) 2001

Solución 2. Notemos que si sacáramos 20 canicas podría ser que todas fueran de colores distintos, así que sólo podríamos garantizar que hay dos canicas del mismo color si sacáramos 21 canicas. De la misma manera, necesitaríamos 41=20 x 2+1 canicas para poder afirmas que con seguridad hay 3 canicas (al menos) del mismo color, pues con 40 canicas podría ser que cada color apareciera exactamente 2 veces. Con el mismo razonamiento que hemos seguido llegaremos al resultado: se necesitan 20 x 99+1=1981 canicas. La respuesta es (c).

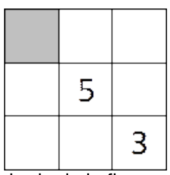
Problema 3 En el rectángulo de la figura, M. N. son los puntos medios de AD y BC respectivamente y P y Q son las respectivas intersecciones de AC con BM u con ND suponiendo que AD mide 5 cm y que AB mide 3 cm, ¿Cuántos centímetros tiene de superficie el cuadrilátero MPAD
a) 2.75 b) 3 c) 3.25 d) 3.75 e) 4



Solución 3. Observamos que si juntamos los triángulos ABM y DNC, estos formarán un rectángulo de 2.5 x 3, y que el área de MPQD es la mitad del área restante MBND para el rectángulo total, esto es 5 x 2-$\frac{2.5x3}{2}=3.75$. La respuesta es (d).

Problema 4 A una cantidad le sumo su 10% y a la cantidad así obtenida le resto su 10% ¿Qué porcentaje de la cantidad original me queda?
a) 98 b) 99 c) 100 d) 101 e) 102

Solución 4. En el primer paso, por cada 100 tendremos 110, a los cuales habrá que restarles 11 y, por lo tanto, nos quedaremos con 99. La respuesta es (b)



Problema 5 Dentro del cuadrado de la figura se escriben enteros del 1 al 9 (sin repetir). La suma de los 4 números alrededor de cada uno de los vértices marcados con flechas tiene

que ser 20. Los números 3 y 5 ya han sido escritos. ¿Qué número debe ir en la casilla sombreada?

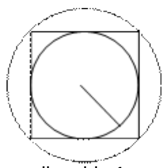
a) 1 b) 2 c) 4 d) 7 e)9

Solución 5. Junto al 3 y al 5 hay que escribir dos números que sumen 12. Como puede haber repeticiones la única posibilidad para esos dos números en 4 y 8 hay que escribir números que sumen 20-(5+8)=7. Para evitar repeticiones las únicas posibilidades son 1 y 6. De la misma manera, vecinos al 5 y al 4 debemos escribir 2 y 9. Ahora, una vez que se ha elegido la forma de escribir al 4 y el 8, hay 4 posibilidades para escribir los números 1 y 6 y 2 y 9, pero sólo una funciona, ya que los cuatro números en la esquina izquierda superior deben también sumar 20. En resumen, sólo hay dos posibilidades.

7	6	1
2	5	8
9	4	3

2	2	9
6	5	4
1	8	3

La respuesta es (d).



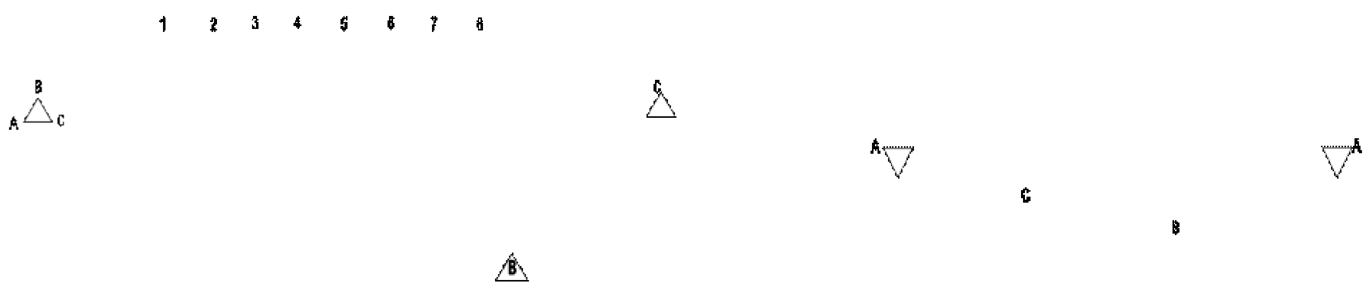
Problema 6 Un circulo cuyo radio mide 1 cm está inscrito en un cuadro, y éste a su vez está inscrito en otro círculo, como se muestrea en la figura. ¿Cuántos centímetros mide el radio de éste último círculo?

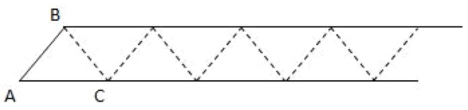
1cm

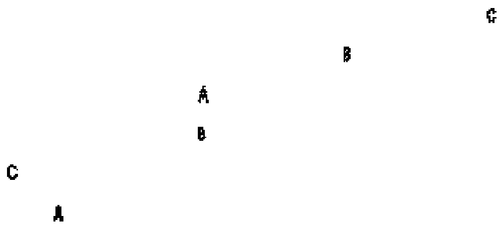
a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\sqrt{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Solución 6. De los centro de los círculos tracemos segmentos a los puntos tangencia del círculo menor con el cuadrado; así el cuadrado quedará dividido en cuatro cuadrado del lado 1, y el radio del círculo mayor será igual a la diagonal de cualquiera de los dos. La respuesta es (b).

Problema 7 la figura representa una tira larga de papel dividida en 2001 triángulos marcados con líneas punteadas. Supongamos que la tira será doblada siguiendo las líneas punteadas en el orden indicado por los números, de forma que la tira siempre quede en posición horizontal y la parte de la izquierda que ya ha sido doblada, se dobla hacia la derecha. ¿Cuál es la posición en que terminan los vértices A, B, C. después de 1999 dobleces

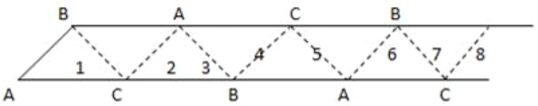






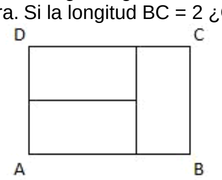
a) b) c) d) e)

Solución 7. La posición original se repite después de cada 6 dobleces. Como 1998 e múltiplo de 6, después de 1998 dobleces tendremos la posición original y después de 1999 dobleces tendremos la misma posición que había después del primer dobles.



La respuesta es (b).

Problema 8. Con tres rectángulos iguales se formó un rectángulo más grande, como el que se muestra en la figura. Si la longitud BC = 2 ¿Cuál es la longitud de AB?



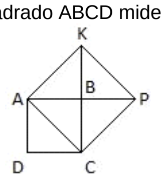
a) 2.5 b) 3 c) 3.5 d) 4 e) 4.5

Solución 8. La longitud de AB es la suma de la longitud del lado mayor y la del lado menor de uno de los rectángulos pequeños. Sabemos que los tres rectángulos pequeños son iguales, por lo cual el lado más chico de cada uno de ellos mide la mitad de AD, que es igual a la mitad de BC y por tanto es 1. Luego, AB=2+1=3. La respuesta es (b).

Problema 9. La suma de tres números impares consecutivos es igual a 27. ¿Cuál es el número más pequeño de esos tres?
a) 11 b) 9 c) 8 d) 7 e) 5

Solución 9. Conviene escribir los números como x-2, x y x+2. Entonces su suma es, por un lado, 3x y por el otro 27 de donde x=9. El más pequeño es 7.La respuesta es (d).

Problema 10. Cada lado del cuadrado ABCD mide 1m. ¡Cual es el área del cuadrado AKPC



a) 1 m^2 b) 1.5 m^2 c) 2 m^2 d) 2.5 m^2 e) 3 m^2

Solución 10. El área del cuadrado ABCD es igual a $1m^2$ (cada lado del cuadrado mide 1m). El área del cuadrado AKPC es igual a cuatro veces el área del triángulo ABC, cuya área es la mitad del cuadrado ABCD, es igual a $0.5x4cm^2$. La respuesta es (c).

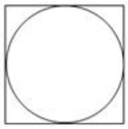
Solución 11. Tenemos que 4321-1234=3087. La respuesta es (d).

Problema 11. Utilizando cada una de las cifras 1, 2, 3 y 4 se pueden escribir diferentes números, por ejemplo, podemos escribir 3241. ¿Cuál es la diferencia entre el más grande y el más pequeño de los números que se construyen así?
a) 2203 b) 2889 c) 3003 d) 3087 e) 333

Solución 11. Tenemos que 4321-1234=3087. La respuesta es (d).

Problema 12. Si se dibuja un círculo y un rectángulo en la misma hoja, ¿Cuál es el máximo número de puntos comunes que pueden tener?
a) 2 b) 4 c) 5 d) 6 e) 8

Solución 12. Es claro que una recta interesecta a lo más de dos veces a un círculo, así que el máximo número de intersecciones en total entre el cuadrado y el círculo no puede exceder 8. En la figura siguiente podemos observar que sí es posible conseguir 8 puntos de intersección con un círculo de radio 5 y un cuadrado de lado 8 que compartan el centro. La respuesta es (d).



Problema 13. En la figura, el área del cuadrado e mayor tamaño es igual a 1 m^2. Una de sus diagonales se divide en tres segmentos de la misma longitud.
a) $\frac{1}{10}m^2$ b) $\frac{1}{9}m^2$ c) $\frac{1}{6}m^2$ d) $\frac{1}{4}m^2$ e) $\frac{1}{3}m^2$

Solución 13. Cada lado del cuadrado gris mide la tercera parte del cuadro grande, así que el área del cuadrado es
$\frac{1}{3}x\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$
veces el área del cuadro mayor. La respuesta es (b).

Problema 14. 99 – 97 + 95 – 93 + … + 3 – 1 =
a) 48 b) 64 c) 32 d) 50 e) 0

Solución 14. Tenemos 50 números que podemos agrupar de dos en dos: (99-97) + (95-93)+. . . + (3-1). Cada paréntesis contribuye en 2 a la suma, así que la respuesta es 25x2=50. La respuesta es (d)

Problema 15 Una sala de cine tiene 26 filas con 24 asientos cada una. El total de los asientos se numera de izquierda a derecha, comenzando por la primera fila y hacia atrás. ¿En que numero de fila esta el asiento número 375?
a) 12 b) 13 c) 14 d) 15 e) 16

Solución 15. Como 15x24=360 y 375=360+15, el asiento número 375 es el 15 de la fila 16. La respuesta es (e).

Problema 16. El boleto de entrada al Palacio de las Ciencias cuesta 5 pesos por niño y 10 pesos por adulto. Al final del día 50 personas visitaron el palacio y el ingreso total de las entradas fue de 350 pesos. ¿Cuántos adultos visitaron el palacio?
a) 18 b) 20 c) 25 d) 40 e) 45

Solución 16. Notemos que 350 pesos son 35 entradas de adultos, pero 50 personas implican 15 personas más. Si "cambiamos" a un adulto por 2niños, conservamos la cantidad (en pesos) pero aumentamos una persona cada vez más. Así, "cambiando" 15 adultos por 30 niños obtenemos 50 personas, y conservamos los 350 pesos de ganancias. (De otra manera: Llamemos *n* al número de niños y *a* al número de adultos. Entonces:

$$n+a=50 \text{ y}$$

$$5n+10a=350$$

Dividiendo la segunda ecuación entre 5 y restándole la primera tenemos que a = 20. La respuesta es (b)

Problema 17. A un cuadrado de papel s le cortan todas las esquinas ¿Cuál es el máximo número de esquinas que puede quedar?
a) 0 b) 3 c) 4 d) 8 e) 8

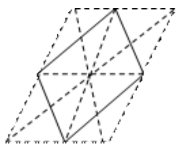
Solución 17. Si cortamos una esquina del triángulo de forma que el corte NO se haga por la diagonal de cuadrado, tendremos cinco esquinas en lugar de cuatro, lo más que podemos hacer es agregar otra. Así pues, el máximo de esquinas que podemos tener es 8. La respuesta es (e).

Problema 18. ¿Qué dígitos hay que eliminar en el 49211508 para obtener el número de tres dígitos más pequeño posible?
a) 4, 9, 2, 1 b) 4, 2, 1, 0 c) 1, 5, 0, 8 d) 4, 9, 2, 5 e) 4, 9, 5 8

Solución 18 Para las centenas tenemos 5 opciones: 4, 9, 2, 1 y 5. La menor de ellas es 1, así que eliminamos los que están antes que 4, 9 y 2. Para las decenas hay dos opciones: 5 y 0, de las cuales la menor es 0, así que eliminamos el 5. Queda el número 108. La respuesta es (d).

Problema 19. Dos triángulos equiláteros iguales se pegan por un lado. Después todas las esquinas de la figura obtenida se juntan en el centro. ¿Qué figura se obtiene?
a) Un triangulo b) una estrella c) un rectángulo d) un hexágono e) un rombo

Solución 19 Un rectángulo, como se observa en la figura. La respuesta es (b).



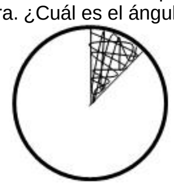
Problema 20. El entrenador más experimentado del circo necesita 40 minutos para lavar un elefante. Su hijo lleva a cabo la misma tarea en 2 horas. ¿Cuántos minutos tardarán el entrenador y su hijo en lavar 3 elefantes trabajando juntos?
a) 30 b) 45 c) 60 d) 90 e) 100

Solución 20. En dos horas el entrenador lava 3 elefantes y su hijo lava 1, así que juntos lavan 4 elefantes en 2 horas y lavarán 3 elefantes en
$3x\frac{2}{4}=1.5 horas.$
La respuesta es (d).

Problema 21. En una tira de papel rectangular se dibujan líneas verticales que la dividen en 4 partes iguales. También se dibujan líneas verticales que la dividen en 3 partes iguales. Finalmente, se corta la tira siguiendo las líneas dibujadas. ¿Cuántos pedazos de diferente longitud se tienen?
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Solución 21.Dibujamos los cuartos de la tira de papel y los numeramos de izquierda a derecha. Si cortamos por esas marcas, quedan los cuatro pedazos numerados, todos del mismo tamaño. Ahora, las marcas que dividen el papel en terceras partes quedan en los pedazos número 2 y 3, y , si volviéramos a unirlos, las marcas serían simétricas, por lo que, al cortarlos nuevamente, ambos pedazos (2 y 3) quedarían divididos de la misma forma. Pero este último corte dividió cada segmento en dos pedazos de longitudes diferentes además de los pedazos 1 y 4 que son de igual longitud. Por lo tanto hay piezas de tres longitudes diferentes. La respuesta es (b).

Problema 22. Me comí una rebanada de un pastel redondo que representaba el 15% del pastel, como indica la figura. ¿Cuál es el ángulo que abarca la rebanada del pastel?



a) 15° b) 30° c) 45° d) 50° e) 60°

Solución 22. El área de la rebanada es proporcional al ángulo comprendido entre los radios. Así, cuando el ángulo es de 360°, el área de la rebanada es igual a la del pastel. Entonces, para que el sector sea el 15% del área del círculo, el ángulo debe medir 15% de 360°:54°. La respuesta es (c).

Problema 23. Si 800 pesos tienen el mismo valor que 100 lipras y 100 pesos tienen el mismo valor de 25 bolares, ¿Cuántas lipras valen los mismo 100 bolares?
a) 2 b) 5 c) 10 d) 25 e) 50

Solución 23. 100 pesos tiene en mismo valor que
$\frac{100}{8}=12.5 lipras$
12.5 lipras equivalen a 250 bólares, así que 100 bólares tienen el mismo valor que
$\frac{12.5}{2.5}$
=5 lipras. La respuesta es (b).

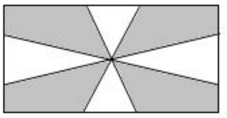
Problema 24. Una acción en la bolsa de valores vale 1499 pesos en mayo. De mayo a junio la acción aumento un 10%. De junio a julio la acción disminuye un 10%. ¿Cuántos pesos vale a fin de julio?
a) 1450 b) 1400 c) 1390 d) 1386 e) 1376

Solución 24. Una acción vale1400+140 a fin de junio, o sea 1540 pesos. Después pierde 10% de su valor que son 154 pesos, o sea que al final vale 1386 pesos. La respuesta es (d).

Problema 25 Si efectuamos el producto de todos los números impares comprendidos entre 1 y 1994, ¿Cuál es la cifra de las unidades de número así obtenido?
a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

Solución 25. Todo número impar multiplicado por 5 termina en 5. El producto de números impares siempre es impar. Por lo anterior el producto termina en 5. La respuesta es (c).

Problema 26. Cada lado de un rectángulo se divide en tres segmentos de la misma longitud; los puntos obtenidos se unen definiendo un punto en el centro, como se indica en la figura. ¿Cuánto es el cociente del área de la parte blanca entre el área de la parte gris?



a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{2}{3}$

Solución 26. Trazando las diagonales del rectángulo encontramos 12 triángulos. Cada lado del rectángulo contiene la base de 3 triángulos, uno blanco y uno gris, de la misma área, pero sus bases y sus alturas son iguales. Así, la razón de las áreas es de 1 a 2. La respuesta es (b).

Problema 26. Si efectuamos el producto de todos los números impares comprendidos entre 1 y 1994, ¿Cual es la cifra de las unidades del número así obtenido?
a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e)9

Problema 27. Al aumentar en la misma proporciona la longitud de los lados de un cuadrado, su área aumenta en un 69%. ¿Qué porcentaje aumentaron sus lados?
a) 20% b) 30% c) 34.5% d) 8.3% e) 69%

Solución 27. Llamemos *a* al lado inicial del cuadro, y sea *x* el porcentaje de aumento. Entonces
$$\left[\left(1+\frac{x}{100}\right)a\right]^2=(1+0.69)a^2$$
de aquí que,
$$\left(1+\frac{x}{100}\right)^2=1.69$$
, y entonces
$$1+\frac{x}{100}=.3,$$
o sea el lado aumento el 30%. La respuesta es (b).

Problema 28. ¿Cuánto es la suma de las cifras del numero N = $10^{92}-92$?
a) 1992 b) 992 c) 818 d) 808 e) 798

Solución 28
El numero 10^{92} se escribe como un 1 seguido de 92 ceros. Entonces 10^{92} – se escribe como 9´s seguidos de un 0 y un 8. Tenemos que 9 x 90 + 0 + 8 = 818
La respuesta es (c)

Problema 29. Si escribí todos los números enteros del 1 al 1000, ¿Cuántas veces apareció la cifra 5?
a) 110 b) 1331 c) 555 d) 100 e) 300

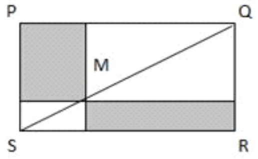
Solución 29
Escribí 5 cien veces como cifra de las unidades 5, 15, 258, …95, …., 995. Escribí 5 cien veces como cifra de las decenas: 50, …59, 150, ….., 159, …., 950, …, 959. Escribí 5 cien veces como cifra de las centenas: 500, 501, …, 599. En total escribí 300 veces la cifra 5.
La respuesta es (e)

Problema 30. A Julio le dieron el número secreto de su nueva tarjeta de crédito, y observo que la suma de los cuatro dígitos del número es 9 y ninguno de ellos es 0; además el número es múltiplo de 5 y mayor que 1995. ¿Cuál es la tercer cifra de su número secreto?
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Solución 30

Por ser el número múltiplo de 5, debe terminar en 0 o 5, pero como no debe tener 0´s, el número termina en 5. Ahora hay que buscar tres números cuya suma sea 4 (pues la suma de todas las cifras del número es 9); como ninguno debe ser cero la única posibilidad es que sean 1, 1, 2 y, como el número debe ser mayor que 1995, debe ser 2115. Por lo tanto su tercera cifra es 1.
La respuesta es (a)

Problema 31. ¿Qué proporción guardan las áreas de las dos regiones grises marcadas en el rectángulo PQRS, si M es un punto cualquiera de la diagonal?



a) La de arriba es más grande
b) La de abajo es más grande
c) Sin iguales
d) Sólo son iguales si M es el punto medio
e) No hay suficientes dato

Solución 31
El segmento MS es la diagonal de un rectángulo, por lo cual los 2 triángulos que lo tiene como lado son de la misma área. Lo mismo pasa con MQ y con QS, lo cual implica que las aéreas de los rectángulos grises siempre son iguales.

Problema 32. De la ciudad A a la ciudad B hay 3 caminos, de la ciudad A a la Ciudad C hay 5 caminos, de la ciudad B a la ciudad D hay 2 caminos y de la ciudad C a la ciudad D hay dos caminos. Si un camino que une dos ciudades no pasa por otras ¿Cuántas formas de ir de la ciudad A a la ciudad D?
a) 12 b) 16 c) 19 d) 32 e) 60

Solución 32
Hay 6 formas de ir de la ciudad A a la ciudad D pasando por B, y hay 10 formas pasando por C. por lo tanto hay 16 rutas de la ciudad A a D.
La respuesta es (b)

Problema 33. Se construyo un cubo de alambre de 3 cm de lado dividido en 27 cubitos de 1 cm de lado cada uno. ¿Cuántos centímetros de alambre se usaron para marcar las aristas de los cubos (si no hubo desperdicio?
a) 25 b) 64 c) 72 d) 120 e) 144

Solución 33
Tenemos tres direcciones que pueden seguir las líneas de alambre, las cuales podríamos pensar como: de izquierda a derecha, de adelante a atrás y de arriba abajo. En cada de estas direcciones hay 16 líneas de 3 cm cada una pues son 4 niveles y en cada nivel hay 4 líneas. De esta manera tenemos que el resultado es 3 x 3 x 16 = 144.

La respuesta es (e)

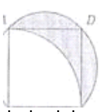
Problema 34. Un triangulo rectángulo tienen hipotenusa 6 y perímetro 14, ¿Cuál es su área?
a) 3 b) 7 c) 10 d) 14 e) 28

Solución 34
Llamemos a y b a los catetos del triangulo y c a su hipotenusa. Sabemos que c = 6 y que a + b + c = 14. Por lo tanto a + b = 8. Elevando al cuadrado tenemos que $(a + b)^2 = 82$, lo cual implica que $a^2 + 2ab + b^2 = 64$. El área que buscamos es $\frac{ab}{2}$. Por el Teorema de Pitágoras c2 + 2ab = 64, sustituyendo c obte3nemos que $\frac{ab}{2} = 7$, que es el área que buscamos.

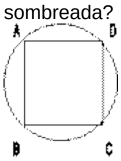
La respuesta es (b)

Problema 35. Alicia va al club cada día, Beatriz va cada 2 días, Carlos va 3, Daniel cada 4, Enrique cada 5, Francisco cada 6 u Gabriela cada 7. Si hoy están todos en el club, dentro de cuantos días será la primera vez que vuelvan a reunirse?
a) 27 b) 28 c) 210 d) 420 e) 5040

Solución 35
La cantidad de días que pasan antes de que vuelvan a reunirse todos debe ser visible por 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7. Si multiplicamos 4 x 3 x 5 x 7 = 420 tenemos el mínimo común múltiplo los números , así, el menor número de días en el que se reencontraran es 420.
La respuesta es (d).



Problema 36.- En la figura, cada lado del cuadrado mide 1. ¿Cuál es el área del la regio sombreada?



a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $1-\frac{\pi}{4}$ e) $1-\frac{\pi}{2}$

Solución 36

El área del círculo es $\pi \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{2}$. El área de la superficie delimitada por los segmentos AD, DC y el arco AC es $1-\frac{\pi}{4}$. El área de la región delimitada por el segmento BC y el arco BC es la cuarta parte de restarle al área del círculo el área del cuadrado o sea $\frac{\left(\frac{\pi}{2}-1\right)}{4} = 1 - \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$. Así, el área de región sombreada es $2\left(\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$.

La respuesta es (c).

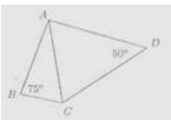
Problema 37. Dos enteros a > 1 y b > 1 satisfacen $a^b + b^a = 57$. Encuentra la suma de a + b.

a) 5 b) 7 c) 10 d) 12 e) 57

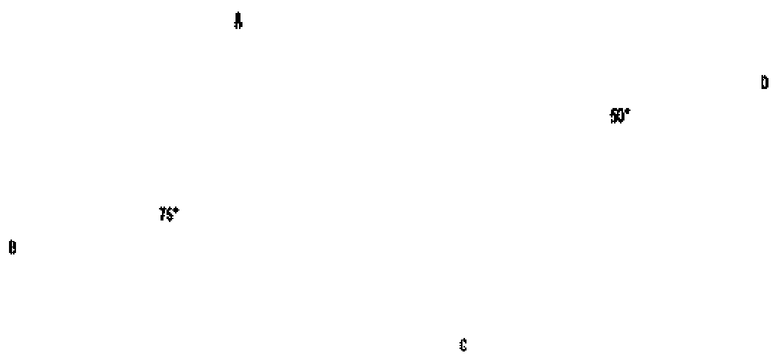
Solución 37

Uno de los enteros, digamos a, debe ser par, mientras que el otro, b, debe ser impar. Como $4^3 = 64 > 57$, tenemos que a = 2; entonces es fácil ver que b = 5.

La respuesta es (b).



Problema 38. En la siguiente figura AD = DC, AB = AC, el ángulo ∆ABC mide 75° y el ángulo ∆ADC mide 50°. ¿Cuánto mide el ángulo ∆BAD?

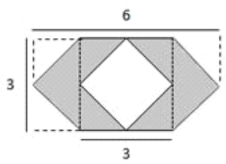


a) 30° b) 85° c) 95° d) 125° e) 140°

Solución 38

El triangulo ABC es isósceles (AB = AC), lo que implica que <ABC = <ACB = 75°, y que <BAC = 180° - (75° + 75°) = 3°. El triangulo ADC es isósceles (AD=DC), lo que implica que <DAC = <DCA = $\left(\frac{180°-50°}{2}\right) = 65°$. Observemos que <BAD = <CAB + <DAC = 3° + 65° 95°

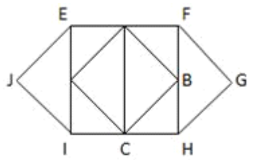
La respuesta es (d)



Problema 39. ¿Cuánto mide el área de la parte sombreada?

a) 9 b) $3\sqrt{2}$ c) 18 d) 12 e) $6\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

Solución 39
En la figura, el área del triángulo ABC es igual a la del triángulo FGH, y el área del triángulo ACD es igual a la del EIJ. Así, el área sombreada es igual al área del cuadrado EFHI, que es 9.



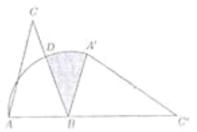
Entonces la respuesta es (a)

Problema 40. El promedio de 5 números es 40, al eliminar 2 de ls números el promedio es 36. ¿Cuál es el promedio de los números eliminados?
a) 34 b) 38 c) 42 d) 46 e) 50

Solución 40
Si el promedio de los cinco números es 40, entonces su suma es 40 x 5 = 200. De la misma manera, la suma de los tres que no se eliminaron es 108. Entonces, los dos eliminados suman 92 y su promedio es 46.
La respuesta es (d)

Problema 41. Si cada letra C, A, N, G, U, R, O, S corresponde a un digito entonces 10 000 x UROS – 10000 X CANG +CANGUROS es igual a:
a) UROSUROS b) UROSCANG c) CANGCANG d) CANGUROS e) CARUNGOS

Solución 41
Tenemos que CANGUROS = 10 000 X CANG + UROS, así es que 10 000 x UROS – 10 000 x CANG + 10 000 x CANG + UROS = 10 000 x UROS + UROS = UROSUROS.
La respuesta es (a)



Problema 42.- En el triangulo ABC, AB = 1, BC = 2 y el ángulo ∆ABC es de 72°. Se rota el triangulo ABC en el sentido de las manecillas del reloj fijando el vértice B, obteniéndose el triangulo A'BC'. Si A, B, C' son colineales y el arco AA' es e descrito por A durante la rotación. ¿Cuánto vale el área sombreada

a) $\frac{\pi}{6}$
b) $\pi-\frac{3}{2}$
c) $\frac{\pi}{10}$
d) $1-\frac{\pi}{2}$
e) $\frac{3\pi}{8}$

Solución 42
El ángulo A´BC mide 180° - 2 (72°) = 36°. Por lo tanto, la región sombreada es $\frac{860°}{36°}=\frac{1}{10}$ del área total del circulo con centro en B y radio AB, que es
$\pi(1^2)=\pi$

. El área de la región sombreada es igual a
$\frac{\pi}{10}$
.
La respuesta es (c)

Problema 43. ¿Cuánto números múltiplos de 6 menores que 1000 tienen la propiedad de que la suma de sus cifras es 21?
a) 6   b) 9   c) 12   d) 15   e) 18

Solución 43
Queremos que el número sea múltiplo de 6, por tanto debe serlo de 2 y de 3. Al pedir que la suma de sus cifras sea 21 el número ya será múltiplo de 3. El número deberá además par, así es que pensemos en las posibilidades para su última cifra. El número no puede terminar en 0 ni 2 porque no tenemos posibilidades para las primeras dos cifras de forma que la suma alcance 21. Si la última cifra es 4, las dos primeras deben sumar 17, así es que deben ser 8 y 9, y hay dos combinaciones posibles: 984 y 894. Si la última cifra es 6, las primeras pueden ser 8 y 7, o bien 9 y 6, con los que se pueden formar cuatro números 876, 768, 969, 696. Si la última cifra es 8, las posibilidades para las primeras son 6 y 7, 5 y 8, o bien 4 y 9; y hay 6 números: 768, 678, 588, 858, 798, 948. En total hay 12 números.
La respuesta es (c)

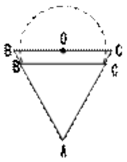
Problema 44. Si x es un número par y y un número impar, ¿Cuál de los siguientes números no es impar?
a) x + y   b) x + x + 1   c) $\frac{x^2}{2}$ d) $\frac{y+y}{2}$ e) xy +1

Solución 44: $\frac{x^2}{2}$ es par siempre. Como x es par, entonces x es múltiplo de 2 y por lo tanto x^2 es múltiplo de 4. Entonces $\frac{x^2}{2}$es múltiplo de 2, es decir es par. La respuesta es (c)

Problema 45 ¿Cuántos números entre 5678 y 9876 tienen la propiedad de que el producto de sus cifras es igual a 343?
a) 1   b) 2   c) 3   d) 4   e) 5

Solución 45. Observemos que $343=7^3$. Como los números son de cuatro cifras, 3 de ellas son 7 y la otra es 1. Entonces las únicas posibilidades son 7177, 7717, 7771. La respuesta es (c).

Problema 46. Un barquillo de helado en planilandia está formado por un triangulo ABC equilátero (el barquillo) y un circulo radio 1 (la bola de nieve) tangente a AB y AC. El centro del circulo O está en BC. Cuando se derrite el helado se forma un triangulo AB'C' de la misma área que el circulo y con BC y B'C' paralelos. ¿Cuál es la altura del triangulo AB'C'?



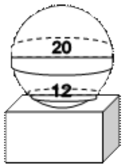
a)
$\sqrt{\pi\sqrt{3}}$
b)
$\sqrt{3\pi}$
c)
$\pi\sqrt{3}$
d)
$\frac{\pi}{\sqrt{3}}$
e)
$\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}$

Solución 46. El área del círculo es $\pi(1^2) = \pi$, así que estamos buscando la altura de un triángulo equilátero que tiene área de π. AB'C' es un triángulo equilátero, aplicando el Teorema de Pitágoras al triangulo rectángulo que tiene como hipotema a AC" y como catetos a la altura trazada desde el vértice A y a la mitad del lado B'C". Si AC" mide l y la altura es H, tenemos que $h^2=l^2-$
$\left(\frac{l}{2}\right)^2=\left(\frac{3}{4}\right)l^2$
de donde
$l=\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)h$
El área del triangulo es
$\frac{hl}{2}$
. Así,

$l=\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)h^2=\pi$ y $h=\sqrt{\pi\sqrt{3}}.$

La respuesta es (a).

Problema 47.- Una mesa tiene un agujero circular con un diámetro de 12 cm. Sobre el agujero hay una esfera de diámetro 20 cm. Si la mesa tiene 30 cm de altura, ¿Cuál es la distancia en centímetros desde el punto más alto de la esfera hasta el piso?



a) 40 cm b) 42 cm c) 45 cm d) 48 cm e) 50 cm

Solución 47. Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo cuya hipotenusa es el radio de la esfera y uno de cuyos lados es el radio del agujero, vemos que la distancia desde el centro de la esfera hasta el nivel de la mesa es

$\sqrt{10^2-6^2}=8$

. Así la distancia del punto más alto de la esfera al piso es de 10+8+30=48. La respuesta es (d).

Problema 48. Un niño corta un cuadrado de tres días por tres días de la pagina de un calendario. Si la suma de la nueve fechas es divisible entre 10 y sabemos que la fecha de la esquina superior izquierda es múltiplo de 4. ¿Cuál es la fecha de la esquina inferior derecha?

a) 2 b) 12 c) 18 d) 22 e) 28

Solución 48. Si la fecha menor del cuadrado es x, la suma de todas las fechas del cuadrado es x+x+1+x+2+x+7+x+8+x+9+x+14+x+15+x+16=9x+72=9x+7x(10)+2. Necesitamos que se termine en 8, lo cual es posible si x termina en 2. Para que x sea múltiplo de 4 a única posibilidad es x=12. Entonces la fecha de la esquina inferior derecha es 28. La respuesta es (e).

Problema 49. (para alumnos que manejan el lenguaje de funciones) sea f una función de números tal que f(2) = 3, y f(a + b) = f(a) + f(b) + ab, para toda a y b. Entonces, f(11) es igual a:

a) 22 b) 33 c) 44 d) 55 e) 66

Solución 49. Como sabemos cuánto vale f(2), podríamos calcular f(11) si conociéramos el valore de f(3) ya que 11=4+4+3=(2+2)+(2+2)+3. Tenemos que f(4)=f(2+2)=f(2)+f(2)+4=10. Por otra parte f(4)=10=f(3)+f(1)+3, de donde f(3)7-f(1). Además f(3) y a f(1). Resolviendo obtenemos f(1)1 y f(3)=6. Entonces f(11)=f(4+7)=f(4)+f(4+3)+28=10+f(4)+f(3)+12+28=50+10+6=66. La respuesta es (e)

Problema 50. ¿Cuál es el digito de la unidades de $(1 + 1^2) + (2 + 2^2) + (3 + 3^2) + \ldots + (2000 + 2000^2)$?

a) 0 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

Solución 50. En $(1+1^2)+(2+2^2)+(3+3^2)+\ldots+(2001+2001^2)$ podemos reemplazar cada número por su última cifra del resultado. Así, la última cifra de la suma es la misma que la última cifra de $100x((1+1^2)+ (2+2^2)+(3+3^2)+\ldots+(10+10^2)+ (1+1^2)=88002$. Por lo tanto, la cifra que buscamos es 2. La respuesta es (b)

Problema 51. En una hoja de papel cuadriculado cada cuadrito mide 1 x 1. Se coloca una moneda de diámetro $\sqrt{2}$? encima. Cuál es el máximo número de cuadritos que puede cubrir parcialmente (de manera que la región cubierta con ese cuadrito tenga rea mayor que 0) la moneda?

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Solución 51. Observamos que

$\sqrt{2}<2$

, así que la moneda toca a lo más 3 cuadros horizontales y 3 verticales. Entonces el problema se reduce a considerar una cuadricula de 3x3. Si lamoneda cubre un pedazo de algún cuadro de la esquina, entonces no cubre el de la esquina contrario porque la mínima distancia entre las dos esquinas opuestas es

$\sqrt{2}$

(la diagonal del cuadrado). Son 4 esquinas, entonces hasta ahora hemos visto que a lo más la moneda cubre 7 cuadritos. Ahora veamos que si es posible cubrir 7 cuadritos. Para esto observemos que si colocamos la moneda circunscribiendo el cuadro central, entonces cubrirá (parcialmente) 5 cuadros; la recorreremos hacía arriba un poco

$\left(\text{menos de } \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Para lograr que cubra todos los cuadros salvo esquinas inferiores. La respuesta es (d).

Problema 52. Yo Salí de mi casa en automóvil a las 8 de la mañana. Un automóvil que va al doble de mi velocidad sale también de mi casa, me alcanza exactamente a la mitad del camino y llega 1:30 h antes que yo a nuestro lugar de destino. ¿A qué hora salió el otro automóvil?

a) 8 h b) 8:30 h c) 9 h d) 9:30 h e) 10 h

Solución 52:
En vista de que a medio camino estábamos en el mismo lugar, de que las velocidades fueron constantes y de que otro automóvil llego antes 1: h, entonces también salió 1:30h después: a las 9:30 de la mañana.
La respuesta es (d)

Problema 53. Un poliedro en forma de balón de futbol tiene 32 caras: 20 son hexágonos rectangulares y 12 son pentágono regulares. ¿Cuántos vértices tiene el poliedro?
a) 72 b) 90 c) 60 d) 56 e) 54

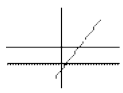
Solución 53:
Observamos que cada vértice lo es de cada pentágono y que dos pentágonos no comparten ningún vértice. Como son 12 pentágonos y cada uno tiene 5 vértices, en total hay 60 vértices. (De otra manera: hay 20 hexágonos, cada uno con 6 vértices, para un total de 60 vértices. Pero cada vértice es compartido por tres figuras, por lo tanto el poliedro tiene

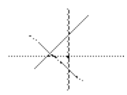
$$\frac{120+60}{3}=60\,vértices$$

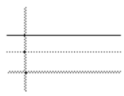
La respuesta es (c)

Problema 54. Dadas cuatro líneas diferentes, ¿Cuántos puntos de intersección NO puede haber entre ellas?
a) 0 b) 2 c) 3 d) 5 e) 6

Solución 54
Por el enunciado sabemos que solo una de las respuestas es imposible, así es que basta dar un ejemplo de los dos casos que si son posibles:

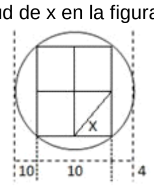






0 3 5 6
La respuesta es (b)

Problema 55. ¿Cuál es la longitud de x en la figura?



a) $\sqrt{116}$
b) $4\sqrt{10}$
c) 9
d) 12
e) 18

Solución 55
Tenemos que x es la longitud de la diagonal de un rectángulo. La otra diagonal del mismo rectángulo es un radio del círculo. Como el diámetro del círculo mide 10 + 4 + 4 = 18, tenemos que x mide 9. La respuesta es (c)
Problema 56. Si S = 1 + 2 +3 + … + 100. ¿Cuántos signos + hay que cambiar por signos – para obtener 1991 en lugar de S
a) es imposible b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Solución 56
Del 1 al 100 hay 50 números impares que sumados a los otros 50 números pares, dan un número par. Si cambiamos un signo + por uno -, por ejemplo si escribimos – 5 en lugar de + 5, le estamos restando 10 a S; es decir, si escribimos –n en lugar +n, en realidad le estamos restando 2n a S. pero, tanto S como 2n son pares, por lo tanto S – 2n es número par siempre. Entonces no es posible obtener 1991 de esta manera.
La respuesta es (a)

Problema 57. Cinco amigos P, Q, R, S y T se dan la mano. Tanto P como Q estrecharon la mano de uno solo de sus amigos, mientras que R, S y T estrecharon cada uno la mano de dos. Sabemos que P estrecho la mano de T. Quienes podemos asegurar que no se dieron

la mano?
a) T y S b) T y R c) Q y R d) Q y T e) Q y S

Solución 57
Si Q le hubiera dado la mano a T, entonces ni P ni Q ni T le hubieran dado la mano a nadie más, lo cual no es posible pues R le dio la mano a dos amigos.
La respuesta es (d)

Problema 58. En un concurso de baile los jueces califican a los competidores con números enteros. El promedio de las calificaciones de un competidor es de 5.625. ¿Cuál es el numero mínimo de jueces para que eso sea posible
a) 2 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

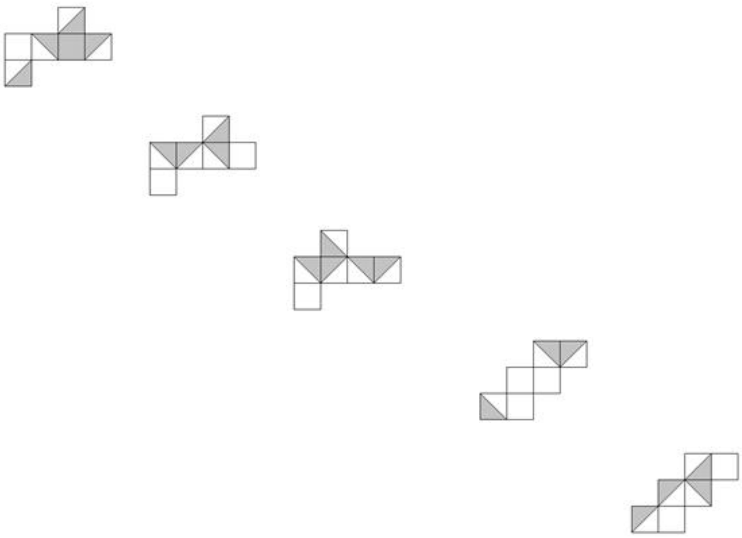
Solución 58
Observemos que
$$5.625=\frac{5625}{1000}=\frac{45}{8}$$
que es una fracción simplificada y por lo tanto, tenemos que multiplicar por 8 para poder obtener un entero que sea la suma de las calificaciones de los jueces.
La respuesta es (c)

Problema 59. Una caja que compro mama está llena de chocolates en forma de cubo. Sara se comió todos los del piso de arriba, que eran 77. Después se comió 55, que eran los que quedaban en el costado. Después se comió los que estaban enfrente. Sobraron algunos chocolates en la caja, ¿cuántos?
a) 203 b) 256 c) 295 d) 300 e) 350

Solución 59
Como el número de chocolates del piso de arriba es 77, la cantidad de chocolates a lo largo por la cantidad de chocolates a lo ancho es 77. Las posibilidades son 11 a lo largo y 7 a lo ancho, o 77 a lo largo, en una sola hilera. Como al final quedan chocolates en la caja, la posibilidad correcta es la primera: 11 x 7. Como después de comerse el piso de arriba quedan 55 en un costado, cuando la caja estaba llena debió tener 6 chocolates a lo alto. Así inicialmente había 7 x 6 x 11 = 462 chocolates. Originalmente en el frente de la caja había 7 x 6 = 42 chocolates, de los cuales Sara se comió primero 7 de la fila de arriba y 5 quedaban en la fila de un costado. Quedan 462 – 77 – 55 – 30 = 300 chocolates.
La respuesta es (d)

Problema 60. La maestra distribuyo la misma cantidad de dulces entre cada uno de 5 niños y se quedo 3 para ella misma. No se acuerda cuantos dulces tenia, pero se acuerda que eran un múltiplo de 6 entre 65 y 100. ¿Cuántos dulces tenia?
a) 63 b) 78 c) 90 d) 93 e) 98

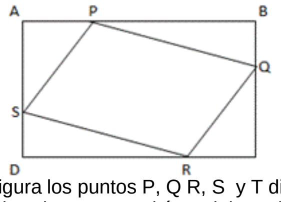
Solución 60
Como se quedo con 3 dulces, el número inicial de dulces termina en 3 o en 8, pero como es un múltiplo de 6, es par, por lo que termina en 8. La única posibilidad es 78
La respuesta es (b)



Problema 61. Las siguientes figuras consisten en cubitos desdoblados. ¿Cuál de ellos corresponde a un cubo en el que cada dos regiones triangulares que comparten una arista son del mismo color?

a) b) c) d) e)

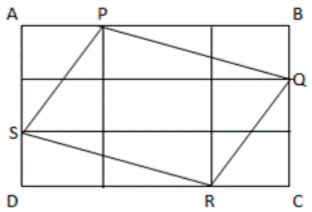
Solución 61
Doblando dos cuadrados que tengan las regiones inmediatas a una misma arista del mismo color. Cada arista tiene tres regiones cercanas, por lo cual el numero de regiones de cada color debe ser visible entre tres. Solamente a) y d) cumplen con este requisito, y es fácil darse cuenta de que al doblar a) hay varias aristas que no comparten regiones del mismo color.
La respuesta es (d)



Problema 62. En la figura los puntos P, Q R, S y T dividen cada lado del rectángulo en razón 1:2. ¿Cuál es el cociente entre el área del paralelogramo PQRS y el área de ABCD?

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{2}{3}$

Solución 62



Dibujamos paralelas al lado AD por P y R y también al lado AB por S y Q. cada uno de los rectángulos pequeños representa $\frac{1}{9}$ del área original. El área de los triángulos rectángulos que tiene como cateto un lado del rectángulo PQRS es un $\frac{1}{9}$ del área ABCD. Así, el área de PQRS es $\frac{1}{9}+\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$ del área ABCD

La respuesta es (d)

Problema 63. Consideramos 48 canicas repartidas en tres montones A, B y C de manera que si del montón A pasamos al B tantas canicas como hay en el B, luego del B pasamos al C tantas canicas tantas canicas como hay en el C y del C pasamos al A tantas como existe ahora en el A, tendremos el mismo número de canicas en cada montón. Cuantas canicas había al principio en el montón A?
a) 16 b) 19 c) 20 d) 22 e) 30

Solución 63
Cada montón, al final, tenia 16 canicas (en total había 48 y cada uno tenía el mismo número de canicas). El montón A tenia 16 canicas y, como del C pasamos al A tantas canicas como este tenía, el A tenia 8 y le pasaron 8 canicas del C, luego el C tenía 16 + 8 = 24 canicas. Del B pasamos al C tantas canicas como había en el C, entonces pasamos $\frac{24}{2}=12$ canicas del B al C, y el B tenía 16 + 12 = 28 canicas. Por último, del A pasamos al B tantas canicas como este tenía, entonces pasamos $\frac{28}{2}=14$ del A al B, luego el A tenia 14 + 8 =22 canicas. Por lo tanta, había al principio 22 canicas en el montón A.

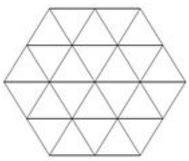
La respuesta es (d)

Problema 64. El producto de tres enteros positivos es 1500 y su suma es 45. ¿Cuál es el mayor de esos tres números?
a) 27 b) 28 c) 29 d) 30 e) 31

Solución 64
Observemos que 1500 = 2^2 x 5^3 x 3. Tenemos que repetir los tres 5´s que aparecen en la factorización de 1500 entre los tres números que buscamos. Es claro que los tres no pueden quedar en un mismo número pues 5^3 = 125 > 45. Entonces, por lo menos dos de los números son múltiplos de 5, y la suma de los otros dos números también lo es; así, también ese número debe ser múltiplo de 5. Ahora ya solo tenemos que repartir los dos 2´s y el 3, buscando que la suma sea 45. Probando todas las posibilidades vemos que la única es que los números sean 30, 10 y 5. La respuesta es (a)

Problema 65. Se tiene dos círculos con centro en el mismo punto, pero cuyos perímetros difieren en 1 cm, ¿Cuál es la diferencia entre sus radios?
a) $\frac{1}{2\pi}cm$ b) $\frac{1}{4\pi}cm$ c) $\pi\ cm$ d) $2\pi\ cm$ e) $4\pi\ cm$

Solución 65
Si r es el radio de la circunferencia más pequeña y R el de la más grande, tenernos que
$$2\pi+1=2\pi R$$
y por lo tanto
$$R-r=\frac{1}{2\pi}$$
La respuesta es (a)



Problema 66. Un zoológico tiene forma hexagonal con celdas que son triángulos equiláteros de lado 10, como en la figura. En este zoológico se quieren poner 1000 animales salvajes; por seguridad no puede haber dos animales en una misma celda y si una celda está ocupada ninguna de las que comparte un lado con ella pueden estarlo. ¿Cuánto mide el lado del hexágono más chico que tiene esta propiedad?

a) 13 b) 16 c) 19 d) 22 e) 25

Solucion 66
Si agrupamos las celdas por parejas según vértices vecinos como se muestra en la figura (a), sabemos que en cada pareja una celda está ocupada y la otra no. Así, cuando más, puede usarse la mitad de las celdas del zoológico para acomodar a todos los animales y, por lo tanto necesitaremos al menos 2000 celdas para acomodarlos. La figura (b) muestra cómo es posible acomodar animales en un zoológico hexagonal utilizando la mitad de celdas. Es fácil observar que en un triangulo equilátero de lado n hay n^2 triángulos de lado 1. Un hexágono regular está compuesto por 6 triángulos equiláteros, como se muestra en la figura (c). Como un hexágono de lado n tiene $6n^2$ celdas tenemos que $6n^2$ > 2000 por lo cual necesitamos n> 19 así que 19 es suficiente. La respuesta es (c)

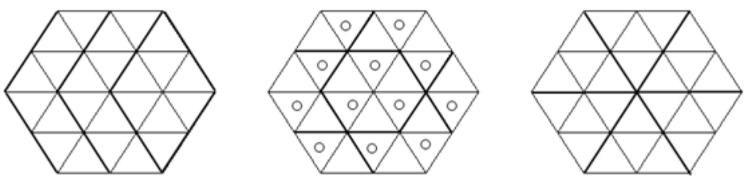


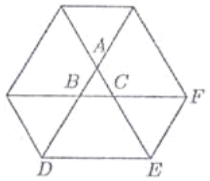
Figura (a) figura (b) Figura (c)

Problema 67. Se escriben en sucesión todos los números del 1 al 2001, en orden , uno a continuación del otro para formar un número muy grande que llamaremos G (es decir, G = 1234567891011…20002001) ¿Cuál es la cifra central de G?

a) 1   b) 3   c) 5   d) 7   e) 9

Solución 67
El número total de cifras de G es
9 + 2 (99 – 9) + 3 (99 – 99) + 4 (2001 – 999) = 9 + 18 + 2700 + 3990 = 6879
Entonces la cifra central está en el lugar 3440. Para llegar a esa cifra necesitamos todos los números del 1 al 999 (pues 9 + 180 + 2700 = 2889) y otras 551 cifras más. Como a partir del 1000 todos los números que se escriben tienen 4 cifras y 137 x 4 = 458, necesitaremos 137 números después del 999 y 3 cifras mas, es decir, la tercera cifra que se escriba después de 1136 que es el 3 de 1137. La respuesta es (b)

Problema 68. La siguiente figura se forma a partir de un triangulo equilátero de área 1 prolongado cada lado dos veces su longitud en ambas direcciones. El área de esta figura es:



a) 31   b) 36   c) 37   d) 41   e) 42

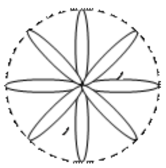
Solución 68
El triangulo ABC es semejante al triangulo CEF en razón 1:2 y por lo tanto el área de CEF es 4 (la base y la altura miden el doble que las de CEF) de la misma manera el triangulo ABC es semejante al triangulo ADE en razón 1:3, y el área de ADE es 9. Entonces, el área de la figura es (9 – 1) x 3 + 4 x 3 + 1 = 37. La respuesta es (d).

Problema 69. El resultado de la operación siguiente: 1 – 2 – 3 + 4 + 5 – 6 – 7 + 8 + … - 1998 -1999 + 2000 es

a) $\frac{2001x2001}{2}$
b) $\frac{2002x2000}{2}$
c) 2001   d) 0   e) 2

Solución 69
Reagrupemos los sumandos de la siguiente manera: ((1 – 2) + (5 – 6) +…..+ (1997- 1998)) + ((-3 + 4) + (-7 + 8) + …. + (-1999 + 2000)) = (1) x 500 + (-1) x 500 = 0
La respuesta es (d)

Problema 70 Una flor se ha dibujado dentro de un círculo manteniendo la misma apertura del compás, como se muestra en la figura. Si el perímetro de la flor es 2 ¡Cuál es el radio del círculo

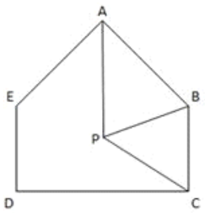


a) $\frac{1}{2\pi}$
b) $\frac{1}{4\pi}$
c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{2\pi}{3}$
e) $\frac{\pi}{8}$

Solución 70
Llamemos r al radio. Cada uno de los 6 arcos dibujados mide
$\frac{1}{3}$
del perímetro del circulo; entonces r satisface
$6 \times \frac{1}{3} \times 2\pi r = 2$
La respuesta es (a)

Problema 71. ¿Cuántas parejas de enteros positivos (a , b) satisfacen $a^2 - b^2 = 15$?
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e)4

Solución 71
Como a y b son enteros positivos y (a + b) (a – b) = 15 entonces (a + b) es un entero positivo, (a – b) también lo es, y (a + b) > (a – b). Hay dos posibilidades (a – b) = 1 y (a + b) = 15 o (a + b) = 3 y (a – b) = 5. Si (a – b) = 1 y (a + b) 15 tenemos que a = 8 y b = 7. Si (a – b) =5 tenemos que a = 4 y b = 1. Entonces solamente hay 2 parejas de enteros positivos que cumplen la ecuación
La respuesta es (c)



Problema 72.- En la Figura, ABCDE representa un pentágono regular de (1 cm de lado) y ABP es un triángulo equilátero. ¿Cuántos grados mide el ángulo LBCP?

a) 45° b) 54° c) 60° d) 66° e)72°

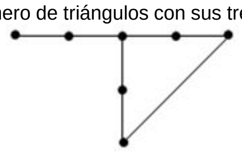
Solución 72
Utilizaremos varias veces el resultado de que la suma de los ángulos internos de un triangulo es 180°. Todos los ángulos del pentágono miden
$\left(\frac{180° \times 5 - 360°}{2}\right) = 108°$
. Entonces <PBC = 48°. Observemos que PBC es un triangulo isósceles, luego <BCP = <BPC =
$\left(\frac{180° - 48°}{2}\right) = °66$
La respuesta es (d)

Problema 73. El número -1 es solución de la ecuación de segundo grado $3X2 + bx + x = 0$, si los coeficientes b y x son números primos, el valor de $3c - b$ =
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e)4

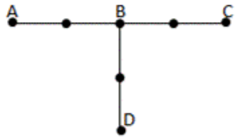
Solución 73
Como -1 es solución de la educación, entonces 3 – b + c = 0, de ahí b – c= 3, por lo cual uno de ellos (b o c) tiene que ser impar, y el otro debe ser 2 (b y c son primos y su diferencia es impar). Como b = c + 3 y ambos son positivos, necesariamente c= 2 y b = 5 por lo tanto 3c – b = 3 x 2 – 5 = 1
La respuesta es (b)

Problema 74. Una sucesión se forma de la manera siguiente: el término es 2 y en cada uno de los términos siguientes se obtiene del anterior elevándolo al cuadrado y restando 1 (los primeros términos son 2 , $2^2 - 1 = 3$, $3^2 - 1 = 8$, $8^2 - 1 = 63$,…) La cantidad de números primos que hay en la sucesión es:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) infinita

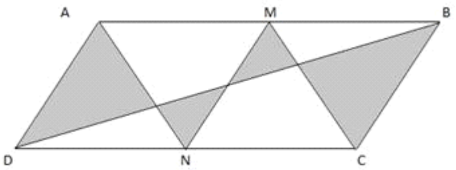
Solución 74
Cada termino de la sucesión después del primero (2, que es primo) es de la forma $n^2 - 1 = (n + 1)(n - 1)$ con n entero positivo. La única manera de que un numero de la sucesión sea primo es que n – 1 = 1, lo que implica que n= 2. En este caso, $n^2 - 1 = 3$, el segundo numero de la sucesión. Por lo tanto el 2 y el 3 son los únicos primos que aparecen
LA respuesta es (b)
Problema 75. El número de triángulos con sus tres vértices en los puntos de la figura es:



a) 24 b) 24 c) 28 d) 32 e) 36



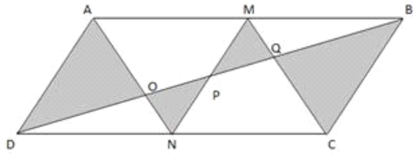
Solución 75 Llamemos A, B, C y D a los vértices como se indica en la figura. Un triangulo con las vértices sobre los puntos de la figura debe tener forzosamente 1 o 2 vértices sobre los puntos del segmento AC. Hay 10 parejas distintas de puntos sobre AC que pueden ser vértices de un triangulo junto con otro punto de los dos que hay sobre el segmento BC (sin contar el punto B), por lo tanto hay 10 x 2 = 20 triángulos de este tipo. Si solo hay un punto sobre AC, quiere decir que es alguno de los 4 puntos sobre AC que son distintos a. los otros dos vértices en el segmento BD que son distintos a B son la pareja de vértices que hace falta para completar un triangulo, por lo cual solo hay 4 triángulos de este tipo. En total hay 20 + 4 = 24 triángulos sobre los puntos de la figura
La respuesta es (b)



Problema 76. Si el paralelogramo ABCD tiene área $1m^2$ y los puntos M y N son los puntos medios de los lados AB y CD respectivamente, ¿Qué área tiene la región sombreada?

a) $\frac{3}{12}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{7}{12}$

Solución 76. Si XYZ es un triángulo, denotemos su área como (XYZ). El triángulo ADO es semenjate al triángulo ONP en razón 1:2, así OD=2OP. Como los triángulos ODN y ONP comparten la altura trazada desde el vértice N, entonces (ONP)= $\frac{1}{2}$ (ODN). Por el mismo argumento $\frac{1}{2}$ (ODN)=(ADO). Luego entonces (ADO)+(ONP)= $\frac{5}{6}$ (ADN)= $\frac{5}{6}\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{24}$. Análogamente el área de la región sombreada en el paralelogramo M BC N también es $\frac{5}{24}$, y el total de área sombreada es $2\frac{5}{24}=\frac{5}{12}$. La respuesta es (c).



Problema 77. Dos ciclistas recorren una pista cuadrada en direcciones opuestas. Partiendo

de una esquina al mismo tiempo, la primera vez que se encuentran es en otra esquina y la segunda en una esquina distinta de las anteriores. Si ambos van a velocidad constante la razón de las velocidades es:
a) 1:2 b) 1:3 c) 1:4 d) 2:3 e) 3:4

Solución 77. Llamemos a los ciclistas A y B. Si el ciclista A se encuentra con el ciclista B en la primera esquina a la que lega una cez iniciado su recorrido, significa que B recorrió tres lados del cuadrado mientras A recorrió uno, y la razón entre velocidades es 1:3. Si se encuentran en la segunda esquina a partir de que A inicio su recorrido, entonces la velocidad de A es la misma que la de B (recorriendo la misma distancia en el mismo tiempo), pero la tercera vez se encontraría en la misma esquina donde empezaron, lo cual no puede ser. Por el mismo razonamiento el primer caso, si se encuentran en la tercera esquina a la que llegó A, la razón entre sus velocidades es 1:3 La respuesta es (b).

Problema 78. Luis Miguel compró una bolsa con 2000 caramelos de 5 colores; 387 de eran blancos, 396 amarillos, 402 rojos, 407 verdes y 408 cafés. Decidió comerse los caramelos de la siguiente forma: Sin mirar sacaba tres de la bolsa. Si los tres eran del mismo color, se los comía, si no, los regresaba a la bolsa. Continuó así basta que sólo quedaron dos caramelos en la bolsa. ¿De qué color eran?
a) Blancos b) Amarillos c) Rojos d) Verdes e) Cafés

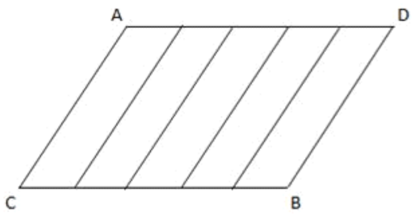
Solución 78. Como se comió los dulces de 3 en 3, sólo pueden quedar dulces de aquellos que los que originalmente no había una cantidad múltiplo de 3: los verdes. La respuesta es (d)

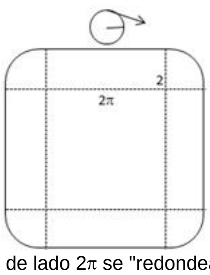
Problema 79. En un triángulo ABC, siete segmentos paralelos al lado BC y con extremos en los otros dos lados del triángulo dividen en 8 partes iguales al lado AC. Si BC = 10, "cuál es la suma de las longitudes de los siete segmentos?
a) Faltan datos b) 50 c) 70 d) 35 e) 45

Solución 79.Tracemos por A una paralela a BC y por B una paralela a AC. Si D es su punto intersección, cada uno de los segmentos paralelos a AC que se han dibujado son de mismo tamaño. La suma de las longitudes de los segmentos paralelos dentro del triangulo ABC es igual a la suma de las longitudes de los segmentos paralelos dentro del triángulo ABD. Así, la suma de los segmentos en un solo triángulo es igual a

$$\frac{7x10}{2} = 35$$

. La respuesta es (d).





Problema 80. Un cuadrado de lado 2π se "redondea' añadiéndole un marco de 2cm de ancho (en las esquinas se han puesto cuartos de círculo). Una rueda de radio 1 cm se desplaza a lo largo del cuadrado redondeado (siempre tocándolo). ¿Cuántas vueltas completas dará la rueda alrededor de sí misma antes de completar una vuelta alrededor del cuadrado redondeado?

a) 3 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

Solución 80. El perímetro del cuadaro redondeado es 4x2

$$\pi + 4x\frac{2\pi x 2}{4} = 12\pi$$

, y esto es 6 veces el perímetro de a rueda, que es de 2

π

. La respuesta es (b)

Problema 81. Una pedazo rectangular de piel mágica se reduce a la mitad de su longitud y a la tercera parte de su ancho después de cumplirle un deseo a su dueño. Después de tres deseos tiene un área de 4 cm 2. Si su ancho inicial era de 9 cm, ¿cuál era su largo inicial?
a) Faltan datos b) 96 cm c) 288 cm d) 32 cm e) 144 cm

Solución 81. Cada vex que se concede un deseo el pedazo de piel se reduce a
$\frac{1}{6}$
de su área. Después de conceder 3 deseos, el pedazo de piel tiene un área de
$\frac{1}{6} x \frac{1}{6} x \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$
veces el área original. Al principio, el pedazo de piel tenía un área de 4 x 216 = 864 cm^2, y como se tratabas de un rectángulo donde un arista media 9 cm, la otra media 96cm. La respuesta es (b)

Problema 82. En un campamento de verano 96 niños van a separarse en grupos de forma que cada grupo tenga el mismo número de niños. ¿De cuántas maneras puede hacerse la separación si cada grupo debe de tener más de 5 pero menos de 20 niños'?
a) 10 b) 8 c) 5 d) 4 e) 2

Solución 82. Observamos que 96= 2^5x3. Entonces los únicos divisores de 96 que están entre 5 y 20 son 2 x 3 = 6. 2^2 x 3 = 12, 2^3=8 y 2^4=16. Por lo tanto sólo podemos hacer equipos de cuatro maneras diferentes. La respuesta es (d)

Problema 83. Si haces la división de 1 entre 5^{2000}, ¿cuál será el último dígito que aparezca antes de llegar a puros O's?
a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 5

Solución 83. Dividir 1 entre 5^{2000} eslo mismo que calcular
$\left(\frac{1}{5}\right)^{2000}$
=$(0.2)^{2000}$.Al elevar 0.2 a alguna potencia, observamos el comportamiento de su última cifra
$(0.2)^1$=. . . 2
$(0.2)^2$=. . . 4
$(0.2)^3$=. . . 8
$(0.2)^4$=. . . 6
$(0.2)^5$=. . . 2
La secuencia se repite en lo sucesivo cada 4 números y, como 2000 es múltiplo de 4, es fácil observar que la última cifra no creo en la división será 6. La respuesta es (c).

Problema 84. ¿Cuál de los siguientes números es más grande?

a) 2^{12} b) 4^{15} c) 8^{11} d) 12^8 e) 32^6

Solución 84. Tenemos que:
$4^{15}=(2^2)^{15}=2^{30}$
$8^{11}=(2^3)^{11}=2^{33}$
$16^9=(2^4)^8=2^{32}$ y
$32^6=(2^5)^6=2^{30}$
El más grande es 8^{11}. La respuesta es (c).

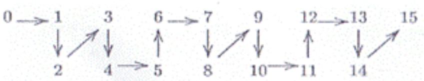
Problema 85. ¿Cuántas cifras tienen el número 2^{1998} x 5^{2002}?

a) 1999 b) 2000 c) 2001 d) 2002 e) 2003

Solución 85. Agrupemos todos los 2's que podamos: 2^{1998}x5^{2002}=(2x5)1998x5^4=625x10^{1998}. La respuesta es (c).

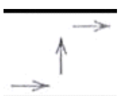
Problema 86. Omar le da a cada uno de sus libros una clave de tres letras utilizando el orden alfabético: AAA, AAB, AAC" ... AAZ, ABA, ABB, etc. Considerando el alfabeto de 26 letras y que Omar tiene 2203 libros, ¿cuál fue el último código que Ornar utilizó en su colección?
a) CFS b) CHT c) DGS d) DFT e) DGU

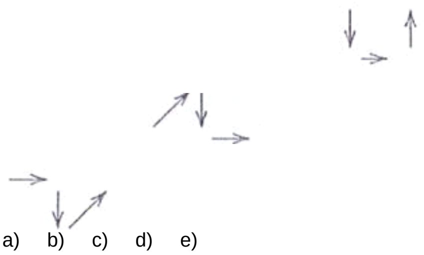
Solución 86. De la A a la Z, en orden, hay 26 letras, así que de AAA a AAZ hay 26 códigos (AAZ es el número 26). De la misma manera, de AAA a AZZ hay 26x26=676 ódigos. Podemos er que 223=676x3+175, así que aún nos faltan 175 códigos después de CZZ, que es el código 3x26x26=228. Como 175=6x26+19, después de DFZ (que es el código 626 +26x6) nos faltan aún 19 códigos, así que la etiqueta es DGS. La respuesta es (c).



Problema 87. Se escriben los números enteros del 0 al 2000 y se dibujan flechas entre ellos con el siguiente patrón:

y así sucesivamente. ¿Cuál es la sucesión de flechas que llevan del 1997 al 2000?

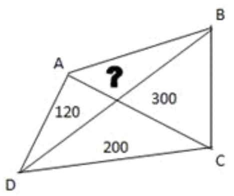




a) b) c) d) e)

Solución 87. La sucesión de flechas es periódica y se repite cada 6 números. Tenemos que 1997 = (6332) + 5, así es que la sucesión de 1997 a 200 es la misma que de 5 a 8. La respuesta es (e).

Problema 88. Un pastel tiene forma de cuadrilátero, Lo partimos por sus diagonales en cuatro partes, como se indica en la figura. Yo me comí una parte, y después pesé las otras tres: un pedazo de 120 g, uno de 200 g y otro de 300 g, ¿Cuánto pesaba la parte que yo me comí?



a) 120g b) 180g c) 280g d) 330g e) 550g

Solución 88. Para un triángulo XYZ, denotemos su área por (X Y Z). Tenemos entonces que:

$$\frac{(BAP)}{(BCP)}=\frac{AP\,x\,h}{PC\,x\,h}=\frac{AP}{PC}$$

$$\frac{(DAP)}{(CDP)}=\frac{AP\,x\,h}{PC\,x\,h}=\frac{AP}{PC}$$

$$\frac{(DAP)}{(CDP)}=\frac{(BAP)}{(BCP)}\ de\,donde$$

$$\frac{(BAP)}{120}=\frac{300}{200}\,Y$$

$$(BAP)=180$$

La respuesta es (b).

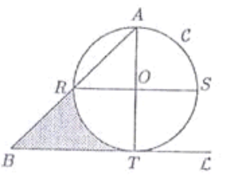
Problema 89. Tomando tres vértices cualesquiera de \m cubo se forma un triángulo. Del total de triángulos que pueden formarse de esa manera, ¿cuántos son equiláteros?
a) 4 b) 8 c) 16 d) 48 e) 56

Solución 89. Observamos que los lados de los triángulos que se forman al tomar tres vértices, sólo pueden ser aristas del cubo, diagonales de alguna cara o diagonales de cubo. Es fácil observar que todos los triángulos que tienen a una diagonal del cubo como uno de sus lados son rectángulos (y por lo tanto no son equiláteros). Por otra parte, los triángulos que tienen aristas como dos de sus lados (a partir del mismo vértice) también son rectángulos. Fijándonos ahora en las diagonales de tres caras que coinciden en un vértice y que no pasan por él, y habrá tantos triángulos equiláteros como vértices tiene el cubo: ocho. La respuesta es (b).

Problema 90. En la figura, a, b, c, d, e y f son las áreas de las regiones correspondientes. Si todos ellos son números enteros positivos diferentes entre sí y menores que 10, cada triángulo formado por tres regiones tiene área par y el área de la estrella completa es 31, el valor de f es:

a) 3   b) 4   c) 5   d) 6   e) 7

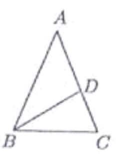
Solución 90. Como a+f+d es par. Y d+f+d es par también, tenemos que a y b son los dos pares o los dos impares. Usando el mismo argumento, llegamos a que a, b, c d y e tienen la misma pariedad. Así f tiene que ser par, puesto que a+d es par (suma de dos pares o de dos impares). Luego a, b, c, d y e tienen que ser impares porque la suma de las áreas es 31. Entonces a, b, c, d y e son los números de 1 al 9 en algún orden, y f=30-1-3-5-7-9=6. La respuesta es (d).



Problema 91. El circulo C de la figura tiene centro O y su diámetro mide 3. Los segmentos AT y RS son diámetros perpendiculares del círculo. La recta L es tangente al círculo en el punto T; B es la intersección de la recta L con la recta AR. Calcular el área de la región sombreada (delimitada por los segmentos BR y BT Y el arco de círculo de RT.)

a) $\frac{3}{2}\pi - \frac{9}{16}$ b) $\frac{2\pi}{3}$ c) $\frac{9-\pi}{16}$ d) $\frac{3}{4\pi}$ e) $\frac{27}{8} - \frac{9}{16}\pi$

Solución 91. Los triangulos ABT y ARO son semejantes en razón 2:1 pues O es el punto medio de AT, y Ro es paralela a BT; así como en el triángulo ARO los lados AO y RO son iguales, también lo son sus correspondientes en el triángulo ABT, es decir BT=AT; por lo tanto BT=3. El área buscada es: área (ABT)-área (ARO)- $\frac{1}{4}$ área (c)= $\frac{3\times 3}{2} - \left(\frac{3}{2}\times\frac{\frac{3}{2}}{2}\right) - \frac{1}{4}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{8} - \frac{9\pi}{16}$. La respuesta es (e).

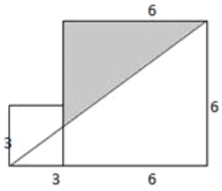


Problema 92. En la siguiente figura ABC es un triángulo con AB = AC y D un punto sobre CA con BC = BD = DA. El valor del ángulo ABD es:

a) 30°   b) 36°   c) 40°   d) 45°   e) 60°

Solución 92. El triángulo ABC es isósceles y LABC= LABC. Como el triangulo BCD es isósceles también, LABD=LBDA. Como BCD es isósceles también, y usando que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, tenemos LBCD=LBDC=180°-BDA=LABD+LBAD=2LABD. Luego 5LABD=180° y LABD=36°. La respuesta es (b).

Problema 93. En la figura, cada lado del cuadrado mus pequeño MIDE 3 y cada lado del cuadrado más grande mide 6, ¿cuál es el área del triángulo sombreado?

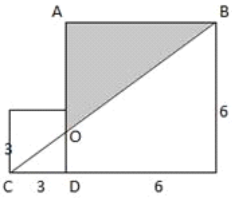


a) 6   b) 10   c) 12   d) 18   e) 24

Solución 93. Observemos que el triángulo ABO es semejante al triángulo DCO en razón 2:1 (AB=2CD). Entonces AO=2DO, pero como AO+DO=6, tenemos que AO=4. Por lo tanto el área del triangulo sombreado es

$$\frac{(ABxAO)}{2}=\frac{6x4}{2}=12$$

. La respuesta es (c).



Problema 94. Edgar y Raúl apostaron según las siguientes reglas: Van a lanzar un dado normal (con los números del 1 al 6 en sus caras) y una moneda (con los números 1 y 2 marcados en sus caras). Después multiplicarán el número que salga en el dado con el que salga en la moneda. Si el resultado es par gana Edgar, si es impar gana Raúl. ¿Qué probabilidad de ganar tiene Edgar?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{5}{6}$

Solución 94. Si alguno de los números que salen (o en el dado o en la moneda) es par, el resultado es par. Hay posibilidad de $\frac{1}{2}$ de que salga el 2 en la moneda y la probabilidad de que si salga 1 en la moneda y un número par en el dado es de $\frac{1}{2}x\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$. Así, la probabilidad de que gane Edgar es $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$. La respuesta es (c).

Problema 95. ¿Cuántas formas hay de llegar de A a B si no se puede pasar dos veces por el mismo punto?

a) 10   b) 12   c) 16   d) 18   e) 20

Solución 95 representar cada camino como una cadena de letras. As{i el camino ACEDB es el que recoge los segmentos AC, CE, ED, y DB. Todas las cadenas deben empezar en A y terminat en B, y tiemem a lo más 5 letras (no se puede pasar por el mismo vértice dos veces). Hay una sola cadena de dos letras que representa un camino válido AB, Hay 3 cadenas de tres letras que representan caminos válidos ACB, ADB, AEB. Los caminos que pasan por cuatro vértices son de la forma A B donde hay 6 opciones para poner en lugar de los puntos Cd, DE, CE, DC, ED y EC. Por la misma razón, pasando por los cinco vértices hay tantos caminos como cadenas diferentes con tres letras distintas CED, CED, EDC, ECD, DEC y DCE en total son 1 + 3 + 6 = 16 formas. La respuesta es c

D

E

B

A

C

Problema 96. Si $x^2 + y^2 = 6xy$, con $x \neq y$, ¿a qué es igual

$\frac{(x+y)}{x-y}$?

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 2 e) $\sqrt{6}$

Solución 96. Tenemos que $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 8xy$, así que, despejando,

$x+y=\sqrt{8xy}$

De la misma manera, de $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = 4xy$ obtenemos

$x+y=\sqrt{4xy}$

. Entonces

$$\frac{x+y}{x-y}=\frac{\sqrt{8xy}}{4xy}=\frac{\sqrt{8xy}}{4xy}=\sqrt{2}$$

La respuesta es (c).

Problema 97. En un cuadrado ABCD de lado 1 está inscrito un triángulo AEF de tal forma que E está sobre BC y F está sobre CD. Las longitudes de los lados A.E y AF son iguales y son el doble de la longitud del lado EF. Calcular la longitud de EF.

a) $\frac{1}{7}\left(\sqrt{30}-2\right)$

b) $\left(\frac{\sqrt{28}}{7}\right)$

c) $\frac{1}{7}\left(-\sqrt{2}+\sqrt{30}\right)$

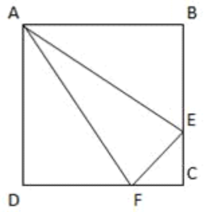
d) $\sqrt{\frac{30}{2}}$

e) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{30}\right)$

Solución 97. Tenemos que BE = 1 - EC, FC = EC y AE = 2EF. Aplicando el Teorema de Pitágoras en EFC obtenemos $EF^2 = EC^2 + EC^2$, de donde EC = $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ EF. Apliquemos el Teorema de Pitágoras al triángulo ABE y sustituyamos el valor de EC que acabamos de obtener:

$$\begin{aligned}
(2EF)^2 &= 1+(1-EC)^2 \\
4EF^2 &= 1+1-2EC+EC^2 \\
&= 2-2EC+EC^2 \\
&= 2-2\left(\left(\frac{1}{\sqrt{}}\right)EF\right)+\frac{1}{2}EF^2
\end{aligned}$$

$$\frac{7}{2}EF^2+\sqrt{2EF}-2=0$$



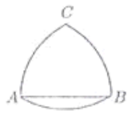
Resolviendo obtenemos

$EF = \frac{1}{7}\left(-\sqrt{2} \pm \sqrt{30}\right)$

Como EF es una longitud, tornamos el valor positivo en la raíz y, por lo tanto

$EF = \frac{1}{7}\left(-\sqrt{2} \pm \sqrt{30}\right)$

La respuesta es (c).



Problema 98. En la figura, AB es el arco de un círculo centrado en C, BC es el arco de un círculo centrado en A, AC es el arco de un círculo centrado en B. si la recta AB mide 1 ¿Cuál es el área de la figura?

a)
$2\pi + 5\sqrt{3}$
b)
$3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$
c)
$\pi\left(\sqrt{3} + 5\right)$
d)
$\frac{\left(\pi - \sqrt{3}\right)}{2}$
e)
$\pi - \frac{\left(5\sqrt{3}\right)}{2}$

Solución 98. Los tres arcos fueron trazados con el mismo radio, luego el triangulo ABC es equilátero de lado 1. Corno en el triángulo equilátero todos los ángulos son iguales a. 60° entonces tenemos que el área del sector CB es una sexta parte del área del círculo, es decir,

$\frac{\left(\pi r^2\right)}{6} = \frac{\pi}{6}$

análogamente las áreas de los sectores AB es

$\frac{\pi}{6}$

respectivamente, El área de la figura es la suma del área de los tres sectores menos dos veces el área del triángulo ABC, La altura del triángulo ABC es

$\frac{\left(\sqrt{3}\right)}{2}$

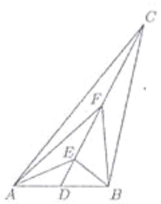
entonces su área es

$\frac{3\pi}{2} - \frac{\left(1 x \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

Por lo tanto, el área de la figura es:

$A = 3\left(\frac{\pi}{6}\right) - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\left(\pi - \sqrt{3}\right)}{2}$

. La respuesta es d



Problema 99. ¿Cuál es el área del triángulo ABC, si AD = BD = 2AD, CF = 3AD y el área de

ADE = 1?

a) 4.5
b) 6
c) 8
d) 9
e) 12

Solución 99. El área del triángulo ADE es 1 La altura trazada desde el vértice A de los triángulos ADE y AEF es la misma, pero la base del triángulo AEF es el doble de la base del triángulo ADE, por lo tanto, el área del triángulo AEF es 2, Análogamente, la altura del triángulo ADE es igual a la altura del triángulo AFC y, como la base del triángulo AFC es el triple de la base del triángulo ADE, el área del triángulo AFC es 3, El área del triángulo DBE es igual al área del triángulo ADE ya que tienen la misma base y la misma altura, De la misma manera que en los casos anteriores, las áreas de los triángulos BEF y BFC son el doble y el triple, respectivamente, del área del triángulo BDE; entonces tenemos que el área del triángulo ABC = 2 x 1 + 2 x 2 + 2 x 3 = 12, La respuesta es (e),

$$x^2+\frac{1}{y}+z=9$$

$$x^2+\frac{1}{y}-z=3$$

$$x^2-\frac{1}{y}+z=5$$

Problema 100. Encontrar el valor de *xyz* donde *z* , y, z son números positivos que satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones:

a) $\frac{1}{15}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 3 e) 4

Solución 100 Sumando las dos últimas ecuaciones obtenemos $2x^2 = 8$, de donde x = 2, Sumando la primera y tercera ecuaciones tenemos que $2X^2 + 2z = 9$, Sustituyendo el valor de x y despejando llegamos a z = 3, Sustituyendo x y z en la segunda ecuación, tenemos que

$$y=\frac{1}{2}$$

Por lo tanto *xyz = 3*, La respuesta es (d),